

*На правах рукописи*



**Никуличева Татьяна Борисовна**

**РАЗВИТИЕ МЕТОДА МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ  
ДВУХСТРУЙНОЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ДУГИ  
НА ОСНОВЕ МАГНИТОГАЗОДИНАМИЧЕСКОГО ПОДХОДА**

Специальность 05.13.18 – Математическое моделирование, численные  
методы и комплексы программ

**АВТОРЕФЕРАТ**  
диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Белгород – 2013

Работа выполнена в ФГАОУ ВПО «Белгородский государственный  
национальный исследовательский университет»

НАУЧНЫЙ РУКОВОДИТЕЛЬ      Кулумбаев Эсен Болотович,  
доктор физико-математических  
наук, профессор

ОФИЦИАЛЬНЫЕ ОППОНЕНТЫ      Брусенцев Александр Григорье-  
вич, доктор физико-  
математических наук, доцент,  
Белгородский государственный  
технологический университет  
им. В.Г. Шухова, заведующий  
кафедрой высшей математики

Корсунов Николай Иванович,  
доктор технических наук, про-  
фессор, Белгородский государ-  
ственный национальный иссле-  
довательский университет, про-  
фессор кафедры математическо-  
го и программного обеспечения  
информационных систем

ВЕДУЩАЯ ОРГАНИЗАЦИЯ      ФГБОУ ВПО «Юго-Западный  
государственный университет»,  
г.Курск

Защита состоится «1» июня 2013 г. в 13 часов 30 минут на заседании  
диссертационного совета Д 212.015.04 при ФГАОУ ВПО «Белгородский  
государственный национальный исследовательский университет». Адрес:  
308015, г. Белгород, ул. Победы, 85.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ФГАОУ ВПО  
«Белгородский государственный национальный исследовательский  
университет».

Автореферат разослан «29» апреля 2013 г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета



Беленко В.А.

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность работы.** В плазменных технологиях применяются многодуговые генераторы плазмы, и, в частности, двухструйная электрическая дуга – в спектральном анализе как источник возбуждения спектров различных проб, в технологиях получения солнечного кремния, нанесения покрытий и др.

Экспериментальные исследования двухструйной электрической дуги (В.С. Энгельшт) показывают, что конфигурация двух токоведущих струй зависит от расхода газа, силы тока, угла и расстояния между осями электродных узлов. В отличие от столкновения холодных струй в плазменных потоках, вследствие протекания по ним электрического тока, кроме газодинамического соударения имеет место электромагнитное отталкивание, которое при некоторых режимах горения может приводить к ускорению плазмы между струями и подосу окружающего газа в зону их слияния.

Несмотря на то, что двухструйная электрическая дуга реализована достаточно давно, она до сих пор является мало изученным дуговым разрядом. Из-за трудностей экспериментальной диагностики интерес представляет теоретическое исследование не выясненных до конца механизмов формирования общего потока плазмы и перетекания тока между плазменными струями, которые при наблюдении через оптически плотный фильтр выглядят самостоятельными, разделенными темным промежутком. Выяснение закономерностей горения двухструйной электрической дуги, содействие в решении рассматриваемых практиками задач оптимизации режимов ее горения в приложении к конкретным плазменным технологиям можно провести с применением технологии математического моделирования и вычислительного эксперимента.

Основы теоретического описания физических процессов, протекающих в электродуговой плазме, изложены в специальной литературе (В.Л. Грановский, Г. Меккер, Ю.П. Райзер). Отмечается, что наряду с фундаментальным кинетическим описанием широко применяется магнитогазодинамическое (МГД) приближение, которое базируется на представлениях термодинамики, механики и электродинамики сплошной среды, формализованных в виде самосогласованной системы уравнений движения (модель течения), плазменного состояния (модель плазмы) и Максвелла (электродинамическая модель). Анализ литературных данных для двухструйной электрической дуги показывает, что на основе такого подхода разработаны МГД модели траекторий токоведущих струй, осесимметричных потоков плазмы в электродных узлах и двумерной равновесной дуги. Однако эти модели не в полной мере, с одной стороны, еще исследованы, а, с другой стороны, позволяют описать особенности формирования структуры дуги и, в частности, механизм перетекания тока между плазменными струями. Так, для установления характера разрядного процесса в межструйном промежутке необходим анализ локального баланса числа носителей тока. Это требует построения нового класса математических моделей для двухструйной электрической дуги, учитывающих неравновесность плазмы, поэтому такая работа является актуальной.

**Цель работы** – построение математической модели двухструйной электрической дуги на основе МГД подхода для равновесного и неравновесного приближений плазмы.

Для достижения поставленной цели были сформулированы следующие **задачи**:

1. Развить МГД метод моделирования двухструйной электрической дуги в плоскопараллельном приближении неравновесной плазмы.
2. Разработать новые алгоритмы, повышающие эффективность компьютерной реализации сформулированной МГД модели.
3. Реализовать алгоритмы в виде комплекса программ для проведения вычислительного эксперимента.
4. Провести комплексные исследования модели на основе приближенного аналитического метода и вычислительного эксперимента.
5. Исследовать возможность использования модели в прикладных целях для плазменных технологий.

**Научная новизна работы** состоит в (1) математическом моделировании двухструйной электрической дуги, учитывающем термическую и ионизационную неравновесности плазмы атомарного газа; (2) приближенном аналитическом методе исследования МГД модели двухструйной электрической дуги; (3) методе и алгоритме вычисления индукции однокомпонентного магнитного поля по заданному стационарному двумерному распределению электрического тока; (4) прогнозировании структуры и свойств двухструйной электрической дуги на основе вычислительного эксперимента.

**Практическая значимость работы** определяется (1) разработанным комплексом программ компьютерной реализации МГД модели двухструйной электрической дуги, расширяющим возможности метода математического моделирования; (2) повышением эффективности алгоритма вычисления индукции магнитного поля за счет уменьшения времени его исполнения по сравнению с алгоритмами на основе методов Био – Савара и векторного потенциала; (3) возможностью использования результатов моделирования в физике, технике и технологиях двухструйной электрической дуги.

**Положения, выносимые на защиту:**

1. МГД *метод моделирования* двухструйной электрической дуги в плоскопараллельном приближении неравновесной плазмы.
2. *Метод вычисления* стационарного однокомпонентного магнитного поля по заданному двумерному распределению электрического тока.
3. *Алгоритмы и комплекс программ компьютерной реализации* плоскопараллельной МГД модели для исследования протекающих в электродуге процессов массо- тепло- и токопереноса.
4. *Результаты вычислительного эксперимента* по прогнозированию структуры и свойств двухструйной электрической дуги.

**Обоснованность и достоверность результатов** обусловлены (1) корректностью использования МГД уравнений для построения математических моделей сильноточных электрических дуг, непротиворечивостью классических численных методов и алгоритмов решения дифференциальных уравнений ал-

горитмической реализации сформулированной МГД модели двухструйной электрической дуги и (2) апробированностью алгоритма SIMPLER, реализующего численное решение системы МГД уравнений; проведенным тестированием предложенного метода вычисления магнитного поля; адекватностью разработанных моделей, вытекающей из качественного согласования результатов моделирования с экспериментально наблюдаемыми свойствами трехмерной двухструйной электрической дуги.

### **Соответствие результатов паспорту специальности:**

Разработка новых математических методов моделирования объектов и явлений (пункт 1).

Разработка, обоснование и тестирование эффективных вычислительных методов с применением современных компьютерных технологий (пункт 3).

Реализация эффективных численных методов и алгоритмов в виде комплексов проблемно-ориентированных программ для проведения вычислительного эксперимента (пункт 4).

Комплексные исследования научных и технических проблем с применением современной технологии математического моделирования и вычислительного эксперимента (пункт 5).

**Личный вклад автора** состоит в (1) выполнении основной части исследования и интерпретации численных результатов; (2) разработке решающего алгоритма, программной реализации, тестировании, проведении вычислительного эксперимента; (3) написании текстов статей.

### **Апробация работы**

Результаты, полученные в диссертации, представлялись на следующих конференциях: V International Conference Plasma Physics and Plasma Technology (Minsk, Belarus, 2006), XIII Всероссийская научная конференция студентов-физиков и молодых ученых ВНКСФ-13 (Ростов-на-Дону–Таганрог, 2007), XIV Всероссийская научная конференция студентов-физиков и молодых ученых (ВНКСФ-14) (Екатеринбург–Уфа, 2008), Всероссийская научно-практическая конференция студентов, аспирантов и молодых ученых (Томск, 2010), Третья международная научная конференция «Математическое моделирование и дифференциальные уравнения» (Брест, 2012), XIV Минский международный форум по тепло- и массообмену (Минск, 2012).

### **Публикации**

Основное содержание работы изложено в 14 публикациях: 7 статей – в рецензированных журналах из списка ВАК, 6 тезисов – в материалах научных конференций и 1 свидетельство о регистрации программы для ЭВМ.

### **Структура и объем работы.**

Диссертация состоит из введения, четырех глав, выводов, заключения, списка цитируемой литературы и содержит 117 страниц машинописного текста, 47 рисунков, 2 таблицы, 97 библиографических ссылок.

## СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

**Во Введении** обоснована актуальность темы исследований, сформулирована цель диссертационной работы, отмечены новизна, научная и практическая значимость работы, приведены положения, выносимые на защиту.

В первой главе **Математическое моделирование двухструйной электрической дуги** описаны МГД подход моделирования сильноточных электрических дуг атмосферного давления и ранее созданные математические модели двухструйной электрической дуги, сформулированы задачи работы.

Во второй главе **Неравновесная МГД модель двухструйной электрической дуги в плоскопараллельном приближении** проводится построение

модели двухструйной электрической дуги.

В *разделе 2.1* формулируются основные предположения и допущения, принятые при математическом описании двухструйной электрической дуги, концы которой находятся в продуваемых плазмообразующим газом каналах катодного и анодного насадков, расположенных под углом  $2\beta$  друг к другу (рис. 1). Полагается, что при вытекании из электродных насадков в атмосферу того же газа в результате взаимодействия плазменных струй друг с другом формируется структура общего потока плазмы и происходит замыкание токопроводящего канала дуги. На основании экспериментальных

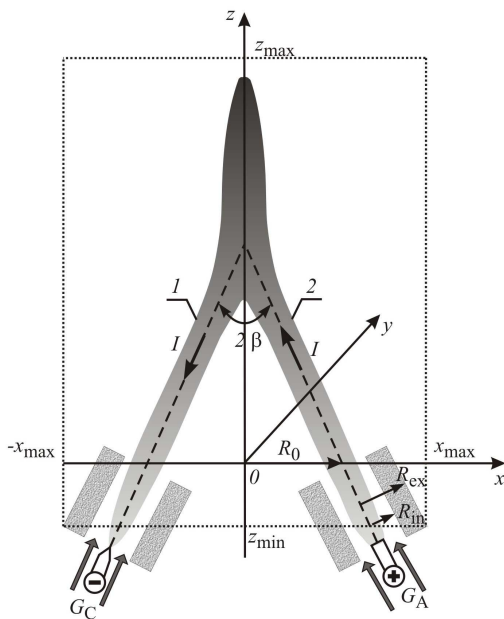


Рисунок 1 – Схема двухструйной электрической дуги:  $I$  – катодная и  $2$  – анодная струи плазмы с током  $I$ ;  $G_C, G_A$  – расходы плазмообразующего газа;  $2\beta$  – угол и  $2R_0$  – расстояние между осями электродных насадков с размерами  $R_{in}, R_{ex}$ .

данных считается, что все протекающие процессы стационарные, течение дозвуковое, ламинарное, излучение объемное. Плазма рассматривается как двухкомпонентный квазинейтральный континуум электронного газа и газа тяжелых частиц, взаимодействующих посредством соударений. Локальная компенсация процессов ионизации и рекомбинации нарушается вследствие диффузионного и конвективного переноса электронов. Используется двумерная – плоскопараллельная – постановка задачи в плоскости симметрии трехмерной двухструйной дуги ( $xOz$  на рис. 1).

В *разделе 2.2* приводится система стационарных двумерных уравнений непрерывности, Навье – Стокса, балансов энергий электронного газа, газа тяжелых частиц, числа электронов, непрерывности электрического тока и уравнений Максвелла:

$$\frac{\partial}{\partial x} \rho v_x + \frac{\partial}{\partial z} \rho v_z = 0;$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial x} \rho v_x v_x + \frac{\partial}{\partial z} \rho v_z v_x &= -\frac{\partial p}{\partial x} + 2 \frac{\partial}{\partial x} \eta \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial z} \eta \left( \frac{\partial v_x}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial x} \right) - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial x} \eta \left( \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) - j_z B_y; \\
\frac{\partial}{\partial x} \rho v_x v_z + \frac{\partial}{\partial z} \rho v_z v_z &= -\frac{\partial p}{\partial z} + 2 \frac{\partial}{\partial z} \eta \frac{\partial v_z}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} \eta \left( \frac{\partial v_x}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial x} \right) - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial z} \eta \left( \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) + j_x B_y + g \Delta \rho; \\
\frac{\partial}{\partial x} v_{ex} n_e \frac{5}{2} k T_e + \frac{\partial}{\partial z} v_{ez} n_e \frac{5}{2} k T_e &= -en_e \vec{E} \cdot \vec{v}_e - \psi - B_{eh} (T_e - T_h) - U_I \dot{n}_e + \frac{\partial}{\partial x} \lambda_e \frac{\partial T_e}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial z} \lambda_e \frac{\partial T_e}{\partial z}; \\
\frac{\partial}{\partial x} v_x n_h \frac{5}{2} k T_h + \frac{\partial}{\partial z} v_z n_h \frac{5}{2} k T_h &= B_{eh} (T_e - T_h) + \frac{\partial}{\partial x} \lambda_h \frac{\partial T_h}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial z} \lambda_h \frac{\partial T_h}{\partial z}; \\
\frac{\partial}{\partial x} v_x n_e + \frac{\partial}{\partial z} v_z n_e &= \frac{\partial}{\partial x} D_A \frac{\partial n_e}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial z} D_A \frac{\partial n_e}{\partial z} + \dot{n}_e; \\
\frac{\partial}{\partial x} \sigma \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial z} \sigma \frac{\partial \varphi}{\partial z} &= 0; \quad -\frac{\partial B_y}{\partial z} = \mu_0 j_x; \quad \frac{\partial B_y}{\partial x} = \mu_0 j_z,
\end{aligned}$$

где  $\vec{v}(v_x, 0, v_z)$  – скорость;  $p$  – давление;  $T$  – температура;  $n$  – концентрация;  $\varphi$  – скалярный потенциал;  $\vec{E}(E_x, 0, E_z) = -\nabla \varphi$  – напряженность электрического поля;  $\vec{B}(0, B_y, 0)$  – индукция магнитного поля;  $\vec{j} = \sigma \vec{E}$  – плотность электрического тока;  $\vec{v}_e = \vec{v} + \vec{v}_D + \vec{v}_A$ ;  $\vec{v}_D = -\vec{j} / en_e$ ;  $\vec{v}_A = -D_A \nabla \ln n_e$  – скорости электронов, дрейфа, амбиполярной диффузии;  $\vec{g}(0, -g, 0)$  – ускорение свободного падения;  $B_{eh}$  – коэффициент взаимодействия электронов с тяжелыми частицами;  $\dot{n}_e$  – скорость рождения и гибели электронов в процессах ионизации и рекомбинации;  $\rho$ ,  $\sigma$ ,  $\lambda$ ,  $\eta$ ,  $\psi$ ,  $D_A$  – плотность, электропроводность, теплопроводность, вязкость, излучательная способность, коэффициент амбиполярной диффузии соответственно;  $U_I$  – потенциал ионизации атома;  $k$  – постоянная Больцмана;  $x, y, z$  – декартовы координаты (рис. 1). Нижние индексы  $e$  и  $h = \{i, a\}$  обозначают величины, относящиеся к электронному газу и газу тяжелых частиц соответственно.

Система МГД уравнений дополняется законом Дальтона, условием квазинейтральности, зависимостями переносных свойств плазмы от температур, концентраций и замыкается граничными условиями для зависимых переменных на контуре расчетной области. В равновесном приближении уравнения балансов энергий электронного газа и газа тяжелых частиц заменяются общим уравнением баланса энергии.

В *разделе 2.3* рассматривается методика численной реализации, основанная на дискретизации МГД модели методом контрольного объема на обеспечивающих второй порядок точности аппроксимации пятиточечных шаблонах (рис. 2) и использовании апробированного алгоритма SIMPLER.

В *разделе 2.4* проводится разработка метода и алгоритма вычисления индукции однокомпонентного магнитного поля по заданному стационарному двумерному распределению электрического тока для повышения эффективности компьютерной реализации сформулированной МГД модели.

Отмечается, что в настоящее время при МГД моделировании стационарных электрических дуг для нахождения магнитного поля  $\vec{B}$  используются методы Био – Савара и векторного потенциала  $\vec{A}$  ( $\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$ ). Реализация

первого связана со значительными вычислительными затратами из-за многократных вычислений интегралов по изменяющемуся при численном итеративном решении распределению электрического тока, а второй – требует обеспечить соответствие численного решения уравнения  $\nabla^2 \vec{A} = -\mu_0 \vec{j}$  для векторного потенциала кулоновской калибровке  $\nabla \cdot \vec{A} = 0$ . Поэтому в работе предлагается более эффективный вычислительный метод для  $\vec{B}$ , основанный на численном решении уравнения для индукции магнитного поля  $\nabla^2 \vec{B} = -\mu_0 \nabla \times \vec{j}$  (следствие уравнений Максвелла), структура неоднородности которого в рассматриваемом случае двумерного распределения электрического тока допускает построение дискретного аналога на смещенных

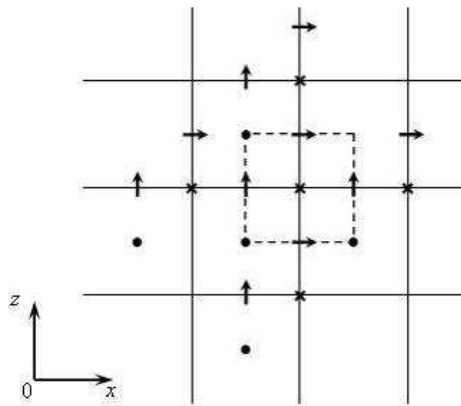


Рисунок 2 – Шаблоны узлов для зависимых переменных  $\rho$ ,  $T_e$ ,  $T_h$ ,  $n_e$ ,  $\varphi$  (•);  $v_x$  (→);  $v_z$  (↑);  $B_y$  (×) на сетке контрольных объемов (сплошные линии). Пунктирная линия – граница контрольного объема для  $B_y$ .

сетках (рис. 2). Такой подход является новым, и по сравнению с традиционным методом векторного потенциала имеет преимущества: 1) понижение размерности искомого поля – вычисление одного скалярного поля  $B_y$  вместо двух компонент векторного потенциала  $A_x$  и  $A_z$ ; 2) автоматическое обеспечение соленоидальности численного решения; 3) непосредственное вычисление индукции магнитного поля. По сравнению же с методом Био – Савара вычислительная эффективность предлагаемого метода выше более чем порядок.

Третья глава **Анализ структуры и свойств двухструйной электрической дуги на основе вычислительного эксперимента.**

**Анализ структуры и свойств двухструйной электрической дуги на основе вычислительного эксперимента.**

В разделе 3.1 проводится развитие разработанного В.Ц. Гуровичем приближенного аналитического метода исследования МГД модели двухструйной электрической дуги для установления зависимости траекторий токовых струй от расстояния и угла между электродными соплами.

Нелинейные МГД уравнения движения с электромагнитной силой дополняются учетом вязкого трения

$$\rho v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + \rho v_z \frac{\partial v_x}{\partial z} = -j_z B_y - f_x, \quad \rho v_x \frac{\partial v_z}{\partial x} + \rho v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} = +j_x B_y - f_z$$

и на основе упрощающих допущений  $\vec{j} = I\vec{v}/S_0 v$ ,  $\vec{f} = -\rho\gamma v\vec{v}$  сводятся к задаче с начальными условиями  $\gamma, I = \text{const}$ ,  $B_y = B_y(x, z)$ :

$$\frac{dx}{d\varphi} = -\frac{2K}{IB_y} \sin \varphi; \quad \frac{dz}{d\varphi} = -\frac{2K}{IB_y} \cos \varphi; \quad \frac{dK}{d\varphi} = +\frac{2\gamma}{IB_y} K^2 \quad \text{при } \varphi = \varphi_0: x = x_0; z = 0; K = K_0,$$

определяющей траекторию одной струи в магнитном поле другой (рис. 3). Поскольку траектория второй струи является зеркально симметричной искомой относительно  $x = 0$ , то самосогласованность траекторий струй обеспечи-



вается итерационной процедурой численного решения. Рассматриваются пространственные и плоскопараллельные струи.

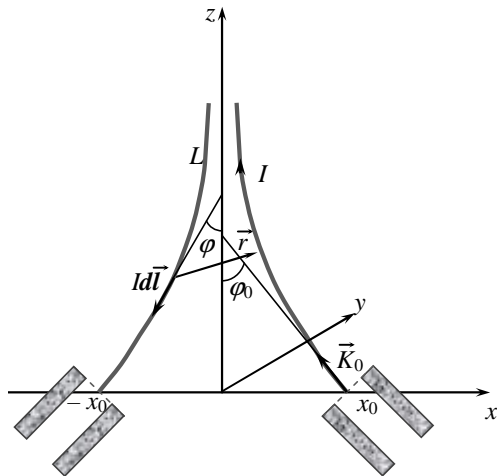


Рисунок 3 – Схема траекторий струй:  $2\varphi_0$  – начальный угол между осями струй;  $2x_0$  – расстояние между центрами катодного и анодного сопел;  $\vec{K}_0$  – поток импульса струи.

Показано, что без учета трения ( $K = K_0$ ) траектория пространственной струи в координатах, нормированных на  $x_0$ , оказывается не зависящей от  $x_0$  с критерием подобия  $2K_0/\mu_0 I^2$ . Физически это обусловлено инвариантностью комплекса  $Bx_0$  относительно  $x_0$ , имеющей место из-за компенсации увеличения и уменьшения магнитного поля, связанных с ростом длин токовых струй и увеличением расстояния между ними соответственно.

В результате численного анализа при  $I = 105$  А;  $G = G_C + G_A = 0.12$  г/с получено, что 1) предложенный в работе учет уменьшения потока импульса позволяет улучшить согласование расчетных траекторий струй с опытными данными; 2) роль электромагнитного отталкивания в самосогласованном

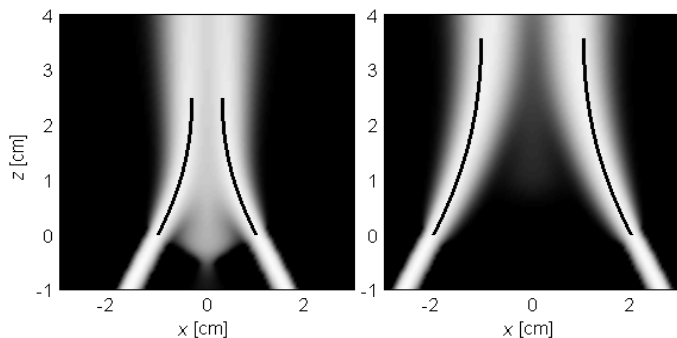


Рисунок 4 – Конфигурация (“фотоизображения” расчетного поля температуры) и траектории плазменных плоскопараллельных струй в зависимости от начального расстояния между ними при  $2\varphi_0 = 60^\circ$  и погонных значениях  $I = 4$  А/мм,  $K_0 = 0.12$  Н/м.

формировании траектории трехмерных и плоскопараллельных струй возрастает при увеличении начального расстояния или угла между струями; 3) соответствие между результатами приближенного аналитического и численного исследования МГД модели (рис. 4).

В разделе 3.2 на основе численной реализации МГД модели рассматривается формирование структуры плоскопараллельной двухструйной

дуги с параметрами, соответствующими экспериментальным данным:  $R_{in} = 2.5$  мм;  $R_{ex} = 10$  мм;  $R_0 = 15$  мм;  $\beta = 30^\circ$ ;  $G_C = G_A = 0.012$  г/(с·мм);  $I = 4$  А/мм. Размеры расчетной области (рис. 1) устанавливаются в результате апостериорной оценки малости влияния границ на численное решение.

Для установления роли процессов массо- тепло- и токопереноса проводятся вычислительные эксперименты, выявляющие особенности массопереноса при взаимодействии “холодных” струй, массо- и теплопереноса при взаимодействии “горячих бестоковых” струй, массо- тепло- и токопереноса при взаимодействии токовых струй без и с учетом амперовых сил.

Рассчитанное течение газа в каналах насадков качественно повторяет “пуазейлевское” (рис. 5,б). В результате газодинамического столкновения холодных струй образуется область повышенного давления, где каждая из струй разделяется на два потока, движущихся в отрицательном и положительном направлениях  $z$  (рис. 5,а). Последние затем медленно сближаются к оси  $z$  (рис. 5,б) и образуют общий поток, где распределения скорости на оси струи и скорости на оси симметрии практически сливаются.

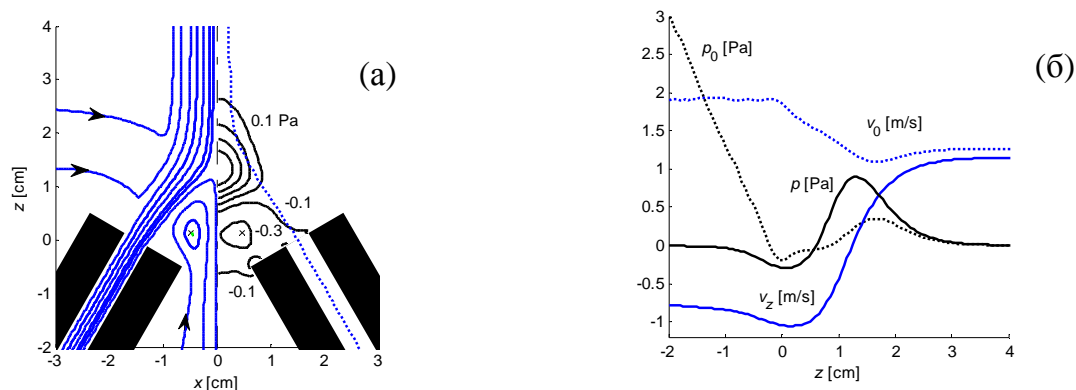


Рисунок 5 – Фрагменты (а) полей линий тока газа (струйного – сплошные и спутного – пунктирные линии слева), изобар (сплошные с шагом 0.2 Па справа); (б) распределений давления  $p(x = 0, z)$ , скорости  $v_z(x = 0, z)$  (сплошные линии) и осевых значений  $p_0(z)$  и  $v_0(z)$  (точечные линии) в “холодных” струях.

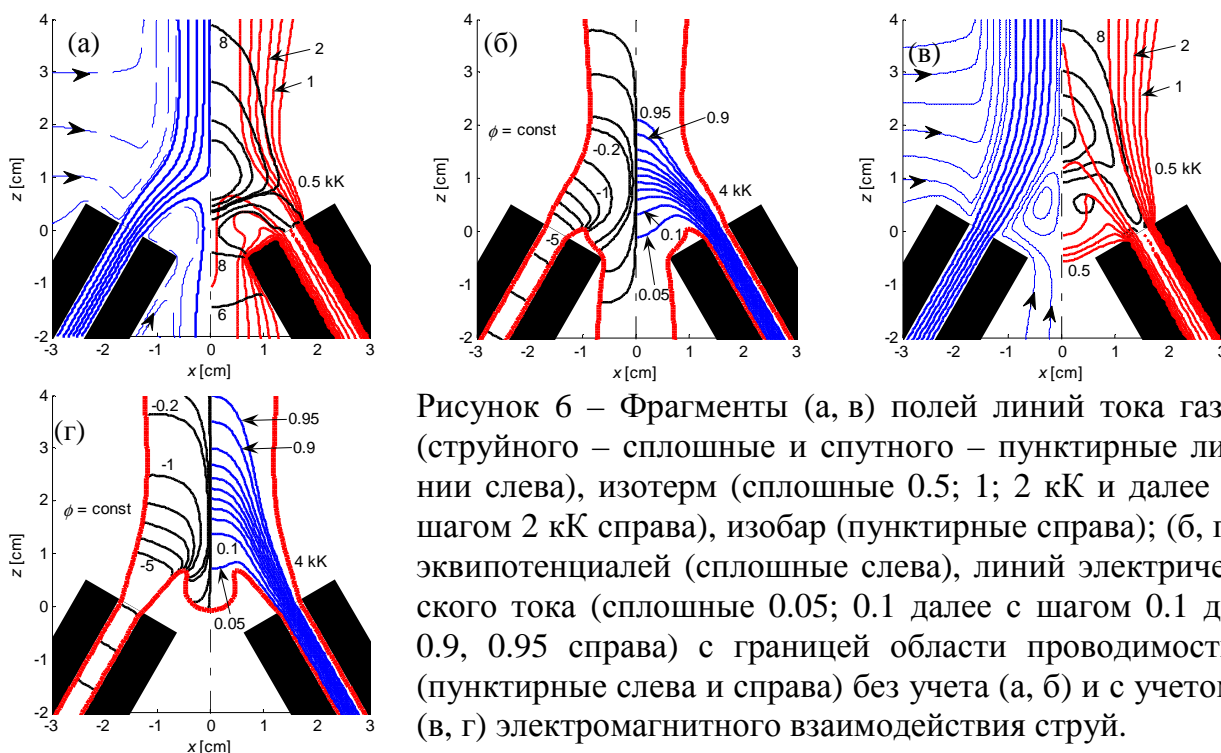


Рисунок 6 – Фрагменты (а, в) полей линий тока газа (струйного – сплошные и спутного – пунктирные линии слева), изотерм (сплошные 0.5; 1; 2 кК и далее с шагом 2 кК справа), изобар (пунктирные справа); (б, г) эквипотенциалей (сплошные слева), линий электрического тока (сплошные 0.05; 0.1 далее с шагом 0.1 до 0.9, 0.95 справа) с границей области проводимости (пунктирные слева и справа) без учета (а, б) и с учетом (в, г) электромагнитного взаимодействия струй.

При столкновении “горячих” струй конвективный теплоперенос формирует распределение температуры, качественный характер которого аналогичен приведенному на рис. 6 полю изотерм токовых струй. В каналах “холодные” стенки насадков сильно охлаждают поток газа так, что осевая температура от 10 кК во входном сечении уменьшается до 6 кК на срезе сопла. Далее охлаждение сталкивающихся и растекающихся “горячих” струй происходит теплообменом со спутным течением холодного газа, в результате чего изо-

термы струй, конвективно вытягиваясь в отрицательном и положительном направлении оси  $z$ , постепенно сближаются и замыкаются на этой оси.

Электромагнитное взаимодействие токовых струй качественно изменяет картину течения и, как следствие, температурное поле. Отталкивание токовых струй амперовыми силами ослабляет эффект газодинамического соударения (рис. 6). В результате исчезает взаимное растекание одной струи на другой. Оба струйных потока, разворачиваясь областью повышенного давления, движутся только в положительном направлении  $z$  и оказываются разделенными спутным потоком газа, подсасываемого с межсопловой границы  $z = z_{\min}$  с погонным расходом  $0.004$  г/(с·мм) и огибающего сформировавшийся перед областью повышенного давления тороидальный вихрь. Движение спутного газа между струйными потоками определяется, в основном, действием вдоль  $x = 0$  электромагнитной силы и антиградиента давления. Тороидальный вихрь возникает за счет преобладания антиградиента давления слева от максимума осевого давления.

В разделе 3.3 исследуется влияние внешних параметров на конфигурацию двухструйной электрической дуги.

Влияние расхода газа устанавливается при фиксированной силе тока  $I = 4$  А/мм для  $G = 0.10$  (вариант 1);  $0.12$  (2);  $0.14$  (3) г/(с·мм) (рис. 7 – 8).

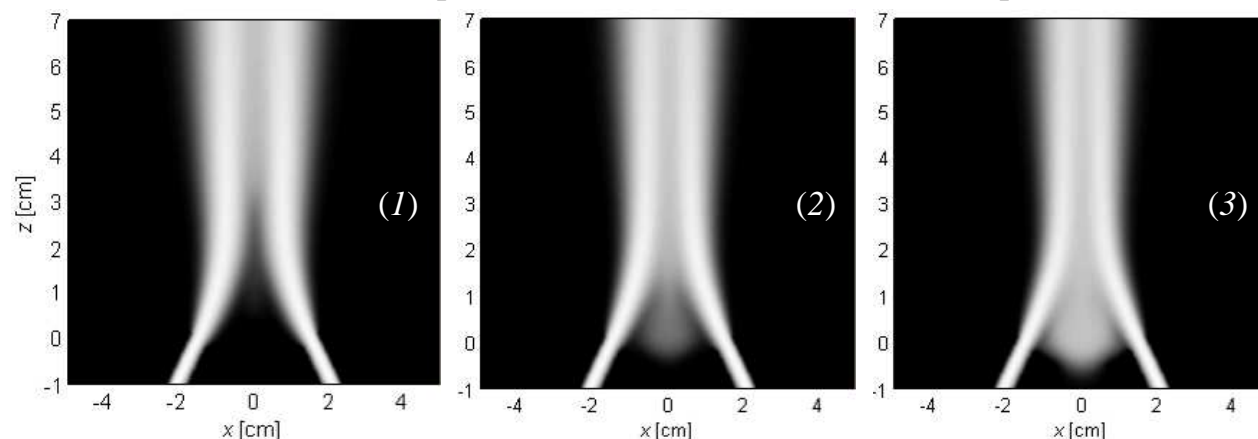


Рисунок 7 – Влияние расхода на конфигурацию струй плазмы (“фотоизображения” поля температуры):  $I = 4$  А/мм и  $G = 0.10$  (1);  $0.12$  (2);  $0.14$  (3) г/(с·мм).

При уменьшении расхода от  $0.12$  до  $0.10$  г/(с·мм) эффект газодинамического соударения струй ослабляется по сравнению с электромагнитным отталкиванием (рис. 7). В результате струи изгибаются сильнее и в области пересечения осей сопел имеют почти нулевой угол соударения. Тороидальный вихрь заметно уменьшается и количество спутного газа, подсасываемого с межсопловой границы  $z = z_{\min}$  и прокачиваемого между струями, увеличивается. Поэтому осевые распределения температуры, удельной мощности джоулевого тепловыделения, плотности электрического тока смещаются вверх. Температура заметно уменьшается, но удельная мощность джоулевого тепловыделения, тем не менее, возрастает за счет роста напряженности электрического поля. Перемычка тока между струями перемещается (по максимуму плотности тока) на  $1.5$  см. В распределении давления появляется “яма”, обеспечивающая непрерывность квазиодномерного течения спутного газа между струями (рис. 8).

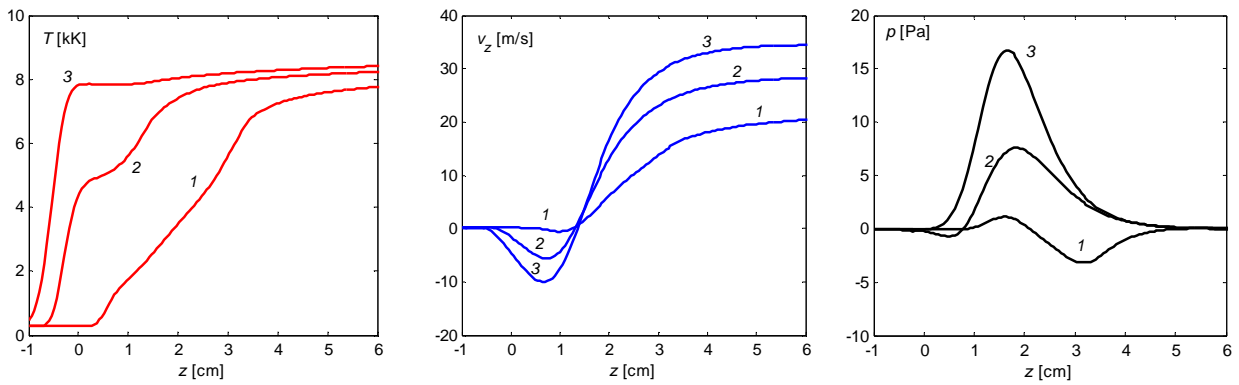


Рисунок 8 – Осевые распределения температуры, скорости, давления при  $I = 4$  А/мм и  $G = 0.10$  (1); 0.12 (2); 0.14 (3) г/(с·мм).

Влияние силы тока устанавливается при фиксированном расходе газа  $G = 0.12$  г/(с·мм) для  $I = 1$  (вариант 1); 3 (2); 4 (3); 5 (4) А/мм (рис. 9 – 10).

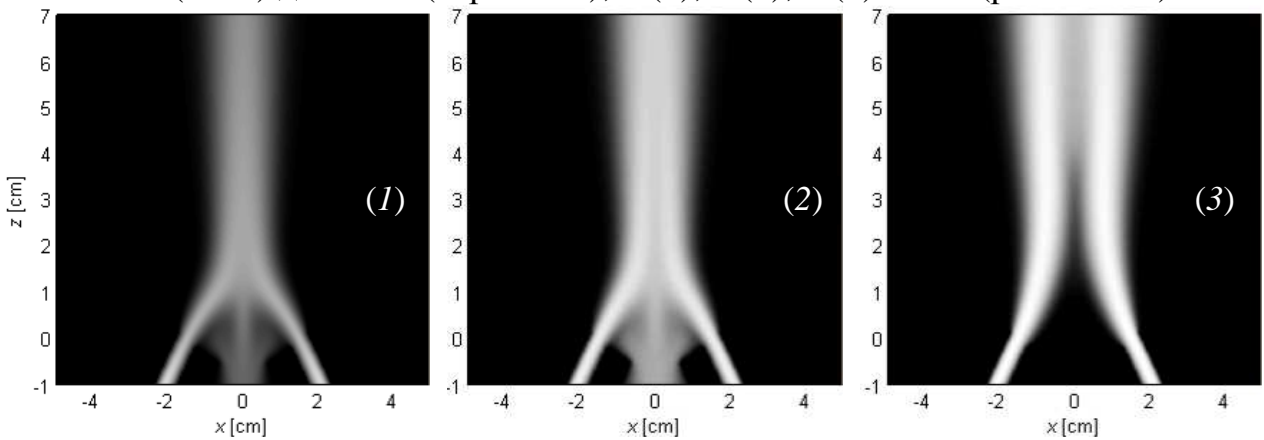


Рисунок 9 – Влияние силы тока на конфигурацию струй плазмы (“фотоизображения” поля температуры):  $G = 0.12$  г/(с·мм) и  $I = 1$  (1); 3 (2); 5 (4) А/мм.

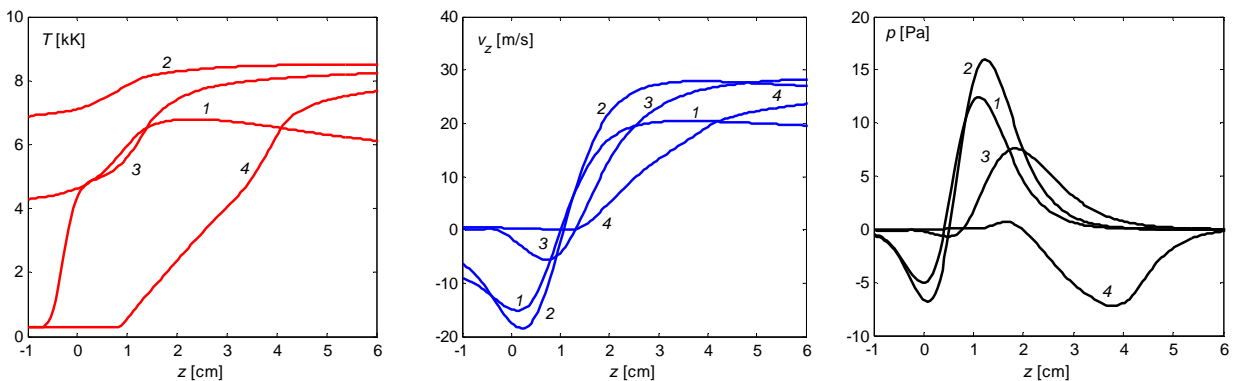


Рисунок 10 – Осевые распределения температуры, скорости, давления при  $G = 0.12$  г/(с·мм) и  $I = 1$  (1); 3 (2); 4 (3); 5 (4) А/мм.

Результаты вычислительных экспериментов показывают, что влияние силы тока на соотношение эффектов газодинамического соударения и электромагнитного отталкивания немонотонно. Вначале с ростом силы тока ( $I = 1$  и 3 А/мм) эффект газодинамического соударения усиливается и реализуется картина взаимного растекания струй. Это происходит из-за увеличения импульсов катодной и анодной струй плазмы от электродов за счет взаимодействия тока каждой струи с собственным магнитным полем. При дальнейшем увеличении силы тока ( $I = 4$  и 5 А/мм) эффект газодинамического соударения ослабляется из-за возрастающего отталкивания струй, обуслов-

ленного взаимодействием тока одной струи с магнитным полем другой струи. Струи искривляются, и формируется общий поток плазмы. Эта особенность влияния силы тока на конфигурацию струй ранее не отмечалась.

*Влияние расстояния между соплами* устанавливается при фиксированных  $I = 4$  А/мм,  $G = 0.12$  г/(с·мм),  $2\beta = 60^\circ$  для  $2R_0 = 2$  (4); 3 (1); 4 (5).

При уменьшении расстояния между соплами (вариант 4) структура течения по сравнению с вариантом 1 качественно изменяется: реализуется взаимное растекание одной струи на другой с характерным вытягиванием изотерм в межсопловое пространство (вариант 4). Возрастание роли газодинамического соударения подтверждает и количественное изменение распределения давления: по сравнению с вариантом 1 минимум “ямы” и максимум следующего за ней “горба” газостатического давления на оси  $z$  увеличиваются более чем в 2 раза, а максимум магнитного давления несколько снижается. Поэтому заметно возрастает модуль осевой скорости. Поскольку напряженность электрического поля оказывается в два раза меньшей, чем в варианте 1, то при большей температуре и плотности тока максимальное значение джоулева тепловыделения в варианте 4 чуть меньше.

При увеличении расстояния между соплами (вариант 5) распределение газостатического давления на оси  $z$  качественно перестраивается: “яма” давления оказывается за “горбом”, обеспечивая непрерывность течения спутного газа. Хотя температура (электропроводность) и плотность тока заметно уменьшаются, но, за счет роста напряженности электрического поля почти в 10 раз по сравнению с вариантом 1, плотность джоулева тепловыделения увеличивается. Формируется общий вдоль оси  $z$  поток струйных течений, разделенный спутным газом, как и в варианте 1.

Изменение расчетной структуры двухструйной электрической дуги при увеличении расстояния между соплами соответствует возрастанию роли электромагнитного отталкивания в формировании конфигурации двухструйной электрической дуги. Это объясняется преобладанием увеличения магнитного поля из-за роста длин токовых струй над уменьшением за счет увеличения расстояния между ними и непостоянством плотности импульса (и скорости) струй. Магнитное давление увеличивается более чем в 5 раз при изменении расстояния между соплами от 2 до 3 см (варианты 4 и 1), а для 4 см (вариант 5) начинает уже уменьшаться из-за удаления струй. Минимумы в распределениях магнитного давления возникают вследствие пинч-эффекта в токовых струях. При  $z < 0.5$  см для всех вариантов уменьшение скорости происходит из-за расширения и охлаждения струи, и вязкого трения. При  $z > 0.5$  см в варианте 4 скорость начинает уменьшаться быстрее вследствие торможения на “горбе” повышенного давления и ось струи искривляется. Аналогичное поведение  $v_z$  и  $p$  на оси наблюдается и для других вариантов.

*Влияние угла между соплами* устанавливается при фиксированных  $I = 4$  А/мм,  $G = 0.12$  г/(с·мм),  $2R_0 = 3$  см для  $2\beta = 55^\circ$  (2);  $60^\circ$  (1);  $65^\circ$  (3).

По сравнению с вариантом 1 при уменьшении угла (вариант 2) рассчитанная конфигурация струй соответствует возрастанию относительной роли электромагнитного отталкивания, а при увеличении (вариант 3) – наоборот,

убыванию. Изменение магнитного давления при уменьшении угла между соплами аналогично изменению  $p_m$  при увеличении расстояния между ними. Это означает, что уменьшение магнитного поля при увеличении угла происходит за счет уменьшения длин токовых струй. Отметим также, что зависимости максимальных значений плотностей тока, джоулева тепловыделения и магнитного давления на оси двухструйной электрической дуги от угла между соплами оказываются немонотонными.

В разделе 3.4 проводится моделирование двухструйной электрической дуги ( $2R_0 = 3$  см,  $2\beta = 60^\circ$ ,  $I = 5$  А/мм,  $G = 0.12$  г/(с·мм)) с учетом температурной и ионизационной неравновесностей плазмы аргона.

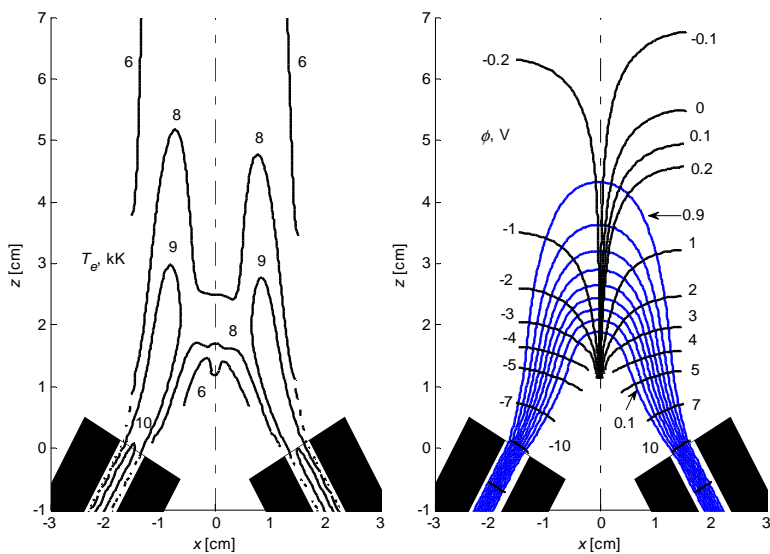


Рисунок 11 – Поля температуры электронов  $T_e$ ; потенциала  $\phi$  и линий электрического тока (с шагом 0.1) в двухструйной электрической дуге.

Как и в равновесном случае, картина течения обусловлена, в основном, совместным действием антиградиентов газостатического и магнитного давлений магнитного поля. Обусловленный распределением тока максимум магнитного давления расположен между струями непосредственно перед зоной перетекания тока между струями на оси двухструйной дуги. Магнитное давление убывает от максимума во все стороны и токовые струи отталкиваются.

За счет искривления взаимное растекание одной струи на другой трансформируется в общий поток плазмы, образованный движущимися в одном направлении струйными течениями, разделенными квазиодномерным потоком спутного газа, вовлеченного с внешней межсопловой границы. В окрестности внешней границы токопроводящей области электромагнитная сила становится притормаживающей за счет пинч-эффекта, обусловленного преобладанием в результирующем магнитном поле там поля перетекающего между струями тока по сравнению с полями токов в струях. Вытекающие из электродных сопел струи за счет вязкости вовлекают в спутное течение окружающий газ.

Наибольший отрыв температуры  $T_h$  от  $T_e$ , около 7 кК, наблюдается на оси двухструйной электрической дуги в зоне перетекания тока между струями. За счет джоулева нагрева электронов перетекающим током в этой зоне реализуется максимум  $T_e$  на оси двухструйной электрической дуги (рис. 12,а), как и в эксперименте, и образуется смычка электронных изотерм (рис. 11). По мере движения заполняющий межструйную область спутный газ прогревается от струй плазмы и электронов, и  $T_h$  подтягивается к уже уменьшающейся  $T_e$  (рис. 12).

Концентрация электронов качественно повторяет распределение температуры электронов (рис. 11), но сильно отличается от определяемой уравнением Саха с температурой  $T_e$ . В катодной струе  $n_e$  больше, чем в анодной (рис. 13,а), вдоль осей струй  $n_e$  уменьшаются, а на оси дуги в зоне перетекания тока между струями концентрация электронов немонотонна и более чем на порядок меньше осевой в струях (рис. 12,а).

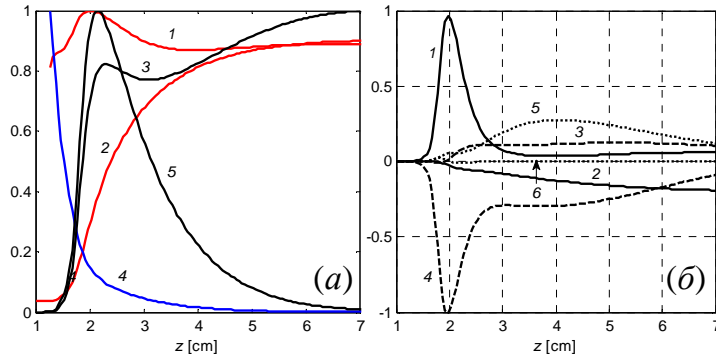


Рисунок 12 – Распределения нормированных (а) характеристик плазмы:  $T_e - 1$ ;  $T_h - 2$ ;  $n_e - 3$ ;  $E_x - 4$ ;  $j_x - 5$  (с масштабами  $T_m = 8577$  К;  $n_m = 1.5 \cdot 10^{15}$  см<sup>-3</sup>;  $E_m = 58.1$  В/см;  $j_m = 0.3$  А/мм<sup>2</sup>) и (б) членов уравнения баланса числа электронов:  $\alpha n_e - 1$ ;  $-\beta n_e^2 - 2$ ;  $-\nabla_x v_x n_e - 3$ ;  $-\nabla_z v_z n_e - 4$ ;  $\nabla_x D_A \nabla_x n_e - 5$ ;  $\nabla_z D_A \nabla_z n_e - 6$  на оси двухструйной электрической дуги.

онного ухода электронов в обе стороны от осевых максимумов  $n_e$ . Роль конвективного переноса  $-\nabla \cdot \vec{v} n_e$  обусловлена еще не достигнутой струями в сечении  $z = 2$  см параллельности. Поэтому в этом сечении на периферии каждой из струй конвективные члены  $-\nabla_x v_x n_e$  и  $-\nabla_z v_z n_e$  имеют разные знаки, и знак каждого из них противоположен на левой и правой границе каждой струи. Основной процесс выноса электронов из струй в межструйный промежуток – конвекция вдоль оси  $x$ , усиливаемая, в основном, амбиполярной диффузией, т.к. ионизация здесь практически компенсируется рекомбинацией. Из катодной струи электронов выносятся больше, чем из анодной. Стоком электронов в этих областях является их вынос потоком спутного газа вверх – в сторону возрастания  $z$ . В межструйном промежутке баланс числа электронов обусловлен ионизацией  $\alpha n_e$  и конвекцией  $-\nabla_z v_z n_e$ , при практически нулевом вкладе всех других процессов (рис. 13,б). Это означает, что дуговой разряд между составляющими ненулевой угол участками плазменных струй является самостоятельным. По мере уменьшения угла между струйными потоками относительный вклад ионизации уменьшается, и при  $z > 2.7$  см доминирующим из положительных членов уравнения баланса электронов становится “ амбиполярное” слагаемое  $\nabla_x D_A \nabla_x n_e$  (рис. 12,б), которое, вместе с конвективным вносом  $-\nabla_x v_x n_e$ , компенсируется растущей рекомбинацией  $-\beta n_e^2$  и конвективным выносом  $-\nabla_z v_z n_e$  электронов. В этой области дуговой разряд

В токопроводящем канале двухструйной дуги баланс числа электронов показывает (рис. 12,б, 13,б) достаточно сложную картину относительных вкладов ударных процессов и конвективно-диффузионного переноса электронов. Видно, что амбиполярной диффузией вдоль  $z$  можно пренебречь и вдоль, и поперек оси двухструйной дуги. На осях струй (рис. 13,б) доминирует ионизация, компенсируемая, с точки зрения баланса, не только рекомбинацией, но и разностью конвективного вноса и диффузионного

между струями теряет характер самостоятельности, поскольку наличие электронов там обусловлено их притоком из плазменных струй. Этим притоком объясняется рост концентрации электронов на оси двухструйной дуги вплоть до  $z \approx 7$  см (рис. 12,а). Распределение линий электрического тока показывает (рис. 11,б), что к условной границе раздела  $z = 2.7$  см имеющих различный характер разрядных процессов перетекает примерно 50% электрического тока.

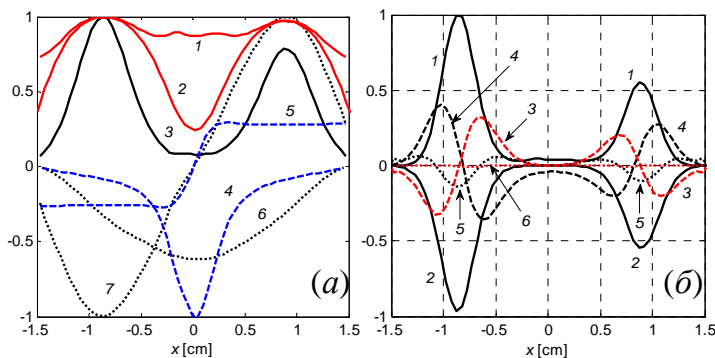


Рисунок 13 – Распределения нормированных (а) характеристик плазмы:  $T_e - 1$ ;  $T_h - 2$ ;  $n_e - 3$ ;  $E_x - 4$ ;  $E_z - 5$ ;  $j_x - 6$  (с масштабами  $T_m = 9822$  К;  $n_m = 1.2 \cdot 10^{16}$  см<sup>-3</sup>;  $E_m = 8.8$  В/см;  $j_m = 0.5$  А/мм<sup>2</sup>) и (б) членов уравнения баланса числа электронов:  $\alpha n_e - 1$ ;  $-\beta n_e^2 - 2$ ;  $-\nabla_x v_x n_e - 3$ ;  $-\nabla_z v_z n_e - 4$ ;  $\nabla_x D_A \nabla_x n_e - 5$ ;  $\nabla_z D_A \nabla_z n_e - 6$  в сечении  $z = 2$  см двухструйной электрической дуги.

струй, напряженности электрического поля уменьшаются. Вдоль оси двухструйной электрической дуги напряженность электрического тока от нижней границы токовой перемычки быстро уменьшается от максимального значения  $E_x \sim 58$  В/см (рис. 12,а), которое почти на порядок больше осевых значений в струях. К границе раздела самостоятельного и несамостоятельного разрядных процессов  $E_x$  уменьшается в 15 раз. В сечении  $z = 2$  см в струях  $E_x < E_z$ , а в межструйном промежутке  $E_x$  в 4 раза превышает  $E_z$  (рис. 13,а).

Плотности электрического тока в каналах анодного и катодного сопел примерно одинаковы. Картина линий электрического тока (рис. 11,б) показывает, что разряд в зоне слияния струй диффузно распределен по высоте на  $\sim 2.5$  см. Такое же примерно ограничение по высоте установлено зондовыми измерениями. Расчетное и измеренное распределения плотности тока по высоте в зоне перетекания тока между струями качественно согласовываются.

В четвертой главе **Применение результатов моделирования для анализа движения и нагрева частицы в двухструйном плазмотроне** в разделе 4.1 формулируется модель движения и нагрева дисперсной частицы с учетом плавления и испарения в невозмущаемом ею потоке плазмы; в разделе 4.2 проводится апостериорная оценка применимости принятого при построении модели допущения о безградиентности нагрева частицы на основе численной реализации сферически симметричной задачи Стефана.



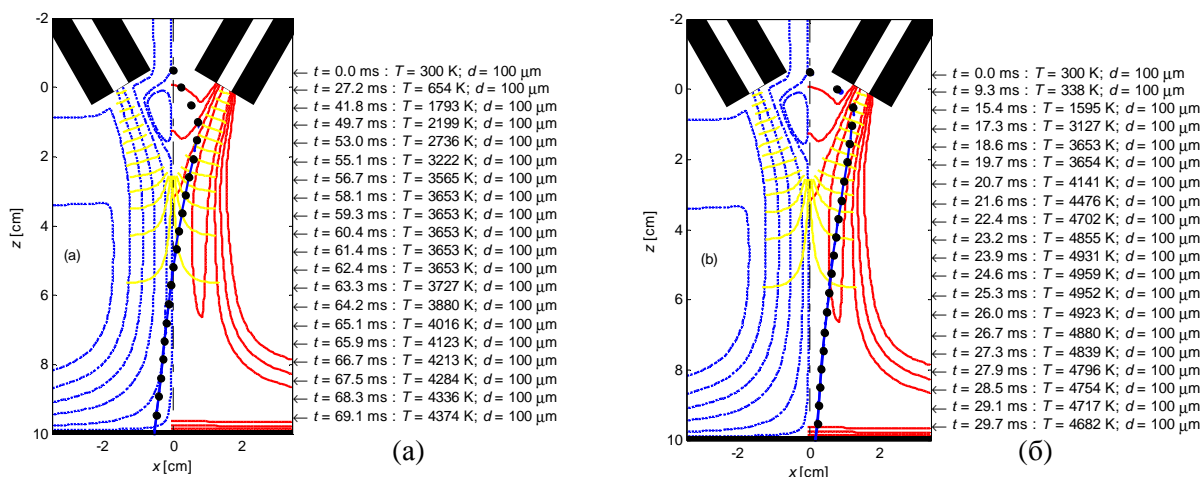


Рисунок 14 – Поля линий тока газа (точечные линии), изолинии температуры (черные сплошные) и потенциала (серые сплошные); • – положения частицы W в зависимости от величины начальной скорости  $v_0 = 0.1$  (а), 1 (б) м/с.

В разделе 4.3 приводятся результаты вычислительных экспериментов в зависимости от материала,

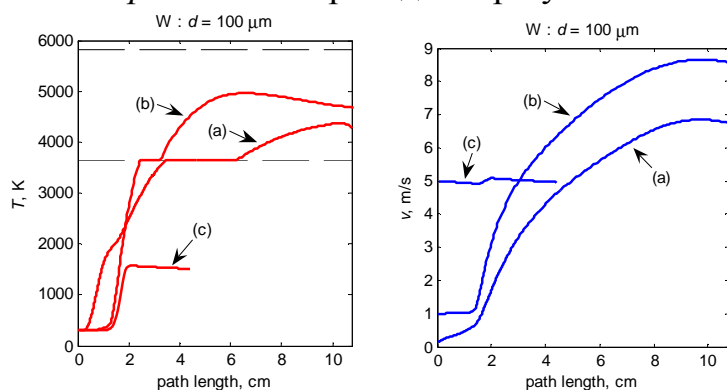


Рисунок 15 – Зависимости температуры и скорости частицы W при  $v_0 = 0.1$  (а); 1 (б); 5 (с) м/с от дуговой координаты в натекающем на подложку потоке плазмы (горизонтальные пунктирные линии – температуры плавления и кипения W).

При  $v_0 = 1$  м/с начальный импульс “обеспечивает” проникновение частицы в более высокотемпературную область отдельной струи, что приводит, с одной стороны, к ее перегреву (рис. 14,б, 15), а с другой стороны, к более эффективному разгону (конечная скорость 8.5 м/с) с практически нулевым углом падения на подложку. При увеличении начальной скорости до 5 м/с частица “прошивает” струю плазмы, не успевает нагреться до температуры плавления и не попадает на подложку.

В **Заключении** сформулированы основные результаты и выводы:

- развитый МГД метод моделирования двухструйной электрической дуги позволяет установить влияние эффектов неравновесности плазмы и характер разрядного процесса;
- новый алгоритм вычисления индукции однокомпонентного магнитного поля по заданному стационарному двумерному распределению электрического тока заметно повышает эффективность компьютерной реализации модели;

- разработанный в среде Matlab комплекс программ позволяет проводить численные исследования процессов массо- тепло- и токопереноса в электродуговой плазме;
  - исследование модели и вычислительный эксперимент показали, что 1) картина течения определяется, в основном, соотношением эффектов газодинамического соударения и электромагнитного отталкивания струй, и может меняться от взаимного растекания одной струи на другой до образования общего потока, в котором движущиеся в одном направлении струйные течения разделены вовлеченным с межсопловой границы спутным газом; 2) плазменная структура дуги термически и ионизационно неравновесная, особенно в межструйной области, охлаждаемой потоком спутного газа; 3) электромагнитная структура обусловлена электрическим током в электродных струях и диффузно распределенным перетеканием между ними, причем в зоне перетекания примерно половины электрического тока дуговой разряд является самостоятельным, а далее – несамостоятельным;
  - показана возможность использования модели в прикладных целях для плазменных технологий,
- и определены возможные направления дальнейшего развития математического моделирования двухструйной электрической дуги.

### **Основные публикации по теме диссертации**

1. Кулумбаев Э.Б., Никуличева Т.Б. Метод расчета магнитного поля в магнитогидродинамических моделях электрической дуги // Математическое моделирование. 2012. Т. 24, № 10. С. 40–50.
2. Кулумбаев Э.Б., Никуличева Т.Б. Взаимодействие плазменных струй в двухструйной электрической дуге // Теплофизика высоких температур. 2012. Т. 50, № 4. С. 483–490.
3. Кулумбаев Э.Б., Никуличева Т.Б. К механизму перетекания тока между струями в двухструйной электрической дуге // Письма в ЖТФ. 2013. Т. 39, вып. 1. С. 3–10.
4. Никуличева Т.Б. Движение и нагрев дисперсных частиц в двухструйной электрической дуге // Вестник КРСУ. 2008, Т. 8. № 10. С. 90–98.
5. Кулумбаев Э.Б., Никуличева Т.Б. Влияние расхода газа и силы тока на конфигурацию плазменных струй в двухструйной электрической дуге // Научные ведомости БелГУ. 2012. № 11 (130), вып. 27. С. 93–102.
6. Кулумбаев Э.Б., Никуличева Т.Б. К расчету траекторий плазменных струй в двухструйной электрической дуге // Научные ведомости БелГУ. 2012. № 17 (136), вып. 28. С. 169–177.
7. Кулумбаев Э.Б., Никуличева Т.Б. Влияние расстояния и угла между соплами на характеристики двухструйной электрической дуги в плоскопараллельном приближении // Научные ведомости БелГУ. 2012. № 23 (142), вып. 29. С. 67–76.
8. Кулумбаев Э.Б., Никуличева Т.Б. Свидетельство №2012660128 о регистрации программы для ЭВМ «Расчет термодинамических потенциалов индивидуальных веществ в газовом состоянии по молекулярным данным». 2012.

Подписано в печать 25.04.2013. Гарнитура Times New Roman  
Формат 60×84/16. Усл. п. л. 1,0. Тираж 100 экз. Заказ 179.  
Оригинал-макет подготовлен и тиражирован  
в ИД «Белгород» НИУ «БелГУ»  
308015, г. Белгород, ул. Победы, д. 85

